Den lille hjælper

Positionssystem

Tallet 14578 kan opdeles i følgende

Titusinder	Tusinder	hundrede	tier	ener
1	4	5	7	8

Tallet 4,7683 kan opdeles i følgende

Ener	tiende-dele	hundrede-dele	tusinde-dele	ti-tusinde-dele
4	7	6	8	3

Positive tal

Positive tal er større end 0

Negative tal

Negative tal er mindre end 0

Hele tal

Alle hele tal, både positive, negative og 0.

Ex. –3, -2, -1, 0, 1, 2, 3

Potenstal

En potens er en talstørrelse, der er skrevet på formen a^n, hvor **a** kaldes roden og **n** eksponenten. Tallet **a** ganges med sig selv det antal gange som **n** viser.

Eksempler.
$4^3 = 4*4*4 = \underline{\underline{64}}$
$2^5 = 2*2*2*2*2 = \underline{\underline{32}}$

Kvadrattal

Et kvadrattal er et naturligt tal, der er opløftet til 2. potens.

Ex. 4 er et kvadrattal, fordi $2^2 = 4$
36 er et kvadrattal, fordi $6^2 = 6$

For at udregne dette skal du finde det tal som ganges med sig selv to gange giver resultatet.

$\sqrt{36}$ betyder at du skal finde den rod (tallet) som ganget med sig selv to gange giver 36, altså 6

Parentes

En plus parentes kan hæves eller sættes uden at leddenes fortegn ændres
Ex. 4x+(4-3x)= 4x+4-3x
En minusparentes hæves ved at ændres fortegn på alle leddene i parentesen.
Ex. 5a – (2b + 3a) = 5a – 2b –3a

Parentesregler

$$a + (b - c + d) = a + b - c + d$$
$$a - (-b + c - d) = a + b - c + d$$
$$a \cdot (b - c + d) = a \cdot b - a \cdot c + a \cdot d$$
$$(a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$$

$$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$(a - b)^2 = (a - b) \cdot (a - b) = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

Primtal

Et primtal er et naturligt tal, som netop har 2 divisor, nemlig 1 og tallet selv.

De først 17 primtal er: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53 og 59

Sammensat tal

Et naturligt tal, der ikke er et primtal, kan på netop én måde skrives som et gangestykke af primtal:

21 = 3 · 7	21 er et sammensat tal
1827 = 32 · 7 · 29	1827 er et sammensat tal

Addition (lægge sammen) også med decimaltal

Når man lægger tal sammen, foretager men en addition.

```
 1 1
  667
+ 567
 1234
```

7 + 7 er 14. 4 placeres under stregen og 1 i mente. 6 + 6 er 12 og 1 i mente er 13. 3 placeres under stregen og 1 i mente. 6 + 5 er 11 og 1 i mente er 12.

Addition (lægge sammen) med decimaltal

Et tal, der indeholder et komma, kaldes et decimaltal. Cifrene efter kommaet er decimaler. Når du regner med decimal tal, så husk kommaerne skal stå over hinanden.

```
 1 1
  6,67
+ 5,67
 12,34
```

7 + 7 er 14. 4 placeres under stregen og 1 i mente. 6 + 6 er 12 og 1 i mente er 13. 3 placeres under stregen og 1 i mente. Du er nu nået til kommaet, så placere nu dette under stregen. 6 + 5 er 11 og 1 i mente er

<u>Subtraktion (trække fra) også med decimaltal</u>

Når man trækker et tal fra et tal, foretager man en subtraktion.

Lånemetoden

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 10 \\ 12\cancel{3}4 \\ \underline{-\ \ 745} \\ 9 \end{array}$$

Man starter bagfra med enerne. 5 fra 4 kan man ikke, man må låne. Der sættes en streg over 3, for at angive at det er der, der lånes 10, som sættes op over 4. Der er nu 10 + 4, i alt 14. 5 fra 14 er 9.

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 10\ 10 \\ 1\cancel{2}\cancel{3}4 \\ \underline{-\ \ 745} \\ 89 \end{array}$$

Nu skal 4 trækkes fra 2, som er tilbage efter at der er taget en tier. Det kan man ikke, så der må lånes ved siden af igen. Der lånes 10 fra 2. Der er nu 10 + 2, i alt 12 og 4 herfra er 8

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 10\ 10\ 10 \\ \cancel{1}\cancel{2}\cancel{3}4 \\ \underline{-\ \ 745} \\ \underline{\underline{489}} \end{array}$$

7 kan heller ikke trækkes fra 1, som er tilbage efter at der er lånt. Der lånes af det yderste 1 tal, som streges over og 10 sættes over 2. Der er nu 10 + 1, i alt 11 og 7 herfra er 4

Kontrol 745 + 489 = 1234

<u>Subtraktion (trække fra) med decimaltal</u>

Et tal, der indeholder et komma, kaldes et decimaltal. Cifrene efter kommaet er decimaler. Når du regner med decimal tal, så husk kommaerne skal stå over hinanden.

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 10 \\ 12,\cancel{3}4 \\ \underline{-\ \ 7,45} \\ 9 \end{array}$$

Man starter bagfra med enerne. 5 fra 4 kan man ikke, man må låne. Der sættes en streg over 3, for at angive at det er der, der lånes 10, som sættes op over 4. Der er nu 10 + 4, i alt 14. 5 fra 14 er 9.

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 10\ 10 \\ 1\cancel{2},\cancel{3}4 \\ \underline{-\ \ 7,45} \\ 89 \end{array}$$

Nu skal 4 trækkes fra 2, som er tilbage efter at der er taget en tier. Det kan man ikke, så der må lånes ved siden af igen. Der lånes 10 fra 2. Der er nu 10 + 2, i alt 12 og 4 herfra er 8

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 10\ 10\ 10 \\ \cancel{1}\cancel{2},\cancel{3}4 \\ \underline{-\ \ 7,45} \\ \underline{\underline{4,89}} \end{array}$$

7 kan heller ikke trækkes fra 1, som er tilbage efter at der er lånt. Der lånes af det yderste 1 tal, som streges over og 10 sættes over 2. Der er nu 10 + 1, i alt 11 og 7 herfra er 4

Kontrol 7,45 + 4,89 = 12,34

Multiplikation (gange)

Når man ganger et tal med et andet, foretager man en multiplikation. Multiplikation er gentagende addition.

Man ganger med 10 ved at sætte et nul bagefter tallet, eller flyt kommaet en til venstre

1 x 10 = $\underline{\underline{10}}$
27 x 10 = $\underline{\underline{270}}$
2,7x10=27

Man ganger med 100 ved at sætte 2 nuller bagefter tallet, eller flyt kommaet 2 til venstre:

4 x 100 = $\underline{\underline{400}}$
25 x 100 = $\underline{\underline{2500}}$
25,6x100=$\underline{\underline{2560}}$

Opstilling til gange med et ciffer

```
 2
63 x 7
  1
```

Vi begynder bagfra med at gange 7 enere med 3 enere. 7 x 3 er 21.
1 sættes under 3 tallet. Tierne – altså 2 – sættes over 6 tallet

```
 2
63 x 7
441
```

Vi forsætter med at gange 7 med 6. Det er 42. Vi har i forvejen 2 i mente, som skal lægges til 42. Det er 44.

Opstilling til gange med flere ciffer

```
 3 4
 246 x 78
1968
```

8 ganges med 6. Det er 48. 8 under stregen og 4 i mente. 8 ganges med 4. Det giver 32 og 4 i mente = 36. 6 under stregen og 3 i mente. 8 ganges med 2. Det giver 16 og 3 i mente giver 19, som skrives under stregen.

```
  3 4
  3 4
  246 x 78
 1968
17220
```

Når det næste tal i rækken skal ganges ind i stykket, skal der sættes et 0 som pladsholder, idet vi ganger med 10ér. 7 x 6 er 42. 2 skrives under 6 og 4 i mente over de andre menter. 7 x 4 er 28 og 4 i mente giver 32. 2 skrives under 9 og 3 i mente. 7 x 2 er 14 og 3 i mente giver 17.

```
   3 4
   3 4
   246 x 78
   1968
+ 17220
  19188
```

Tallene lægges nu sammen.

Multiplikation (gange) med decimaltal

Opstilling til gange med et ciffer

```
 2
6,3 x 7
  1
```

Vi begynder bagfra med at gange 7 enere med 3 enere. 7 x 3 er 21. 1 sættes under 3 tallet. Tierne – altså 2 – sættes over 6 tallet.

```
 2
6,3 x 7
44,1
```

Du er nu nået til kommaet, sæt kommaet foran 1. Vi forsætter med at gange 7 med 6. Det er 42. Vi har i forvejen 2 i mente, som skal lægges til 42. Det er 44.

Opstilling til gange med flere ciffer

```
 3 4
24,6 x 7,8
1968
```

8 ganges med 6. Det er 48. 8 under stregen og 4 i mente. 8 ganges med 4. Det giver 32 og 4 i mente = 36. 6 under stregen og 3 i mente. 8 ganges med 2. Det giver 16 og 3 i mente giver 19, som skrives under stregen.

```
   3 4
   3 4
   24,6 x 7,8
  1968
 17220
```

Når det næste tal i rækken skal ganges ind i stykket, skal der sættes et 0 som pladsholder, idet vi ganger med 10ér. 7 x 6 er 42. 2 skrives under 6 og 4 i mente over de andre menter. 7 x 4 er 28 og 4 i mente giver 32. 2 skrives under 9 og 3 i mente. 7 x 2 er 14 og 3 i mente giver 17.

```
    3 4
    3 4
    24,6 x 7,8
    1968
 + 17220
   191,88
```

Tallene lægges nu sammen. Tæl hvor mange decimaler du har i de to tal, der skulle ganges. Du har to decimaler. Tæl nu to ind i resultatet, og placere kommaet.

Division (at dele)

Når man deler et tal med et tal, foretager man en division. Division er gentagende subtraktion.

425:5= 85	5 op i 4 kan man ikke, så vi tager 5 op i 42
40	Det går 8 gange. 5 x 8 = 40. Det skrives og trækkes fra.
25	Rest 2. 5 trækkes ned til 2, så der står 25.
25	5 op i 25 går 5 gange. 5 x 5 = 25. Det skrives og trækkes fra.
0	Rest 0. Stykket er færdigt og der sættes to streger under facit.

```
  9 3
5430 = 362
  15
```

15 op i 5, det går ikke. 15 og i 54 det kan man 3 gange. 3 x 15 er 45. 45 fra 54 er 9. De føres over til næste tal. 15 op i 95 det kan man 6 gange. 6 x 15 er 90. 90 fra 93 er 3. De føres videre til næste tal. 15 op i 30 det kan man 2 gange.

Division (at dele) med decimaltal i tæller

$$\overset{\ \ 9\ 3}{\frac{54,30}{15}} = \underline{\underline{3,62}}$$

15 op i 5, det går ikke. 15 og i 54 det kan man 3 gange. 3 x 15 er 45. 45 fra 54 er 9. De føres over til næste tal. 15 op i 95 det kan man 6 gange. 6 x 15 er 90. 90 fra 93 er 3. De føres videre til næste tal. 15 op i 30 det kan man 2 gange. Tæl hvor mange decimaler du har i de to tal, der skulle ganges. Du har to decimaler. Tæl nu to ind i resultatet, og placere kommaet.

Division (at dele) med decimaltal i nævneren

$$\frac{5430}{1,5} = \frac{54300}{15}$$

Man kan ikke dividere, når der er komma i nævneren, men det fjerens let ved at forlænge brøken med 10. Gang med 10 i både tæller og nævner

$$\overset{\ \ 9\ 3}{\frac{54300}{15}} = \underline{\underline{3620}}$$

15 op i 5, det går ikke. 15 og i 54 det kan man 3 gange. 3 x 15 er 45. 45 fra 54 er 9. De føres over til næste tal. 15 op i 95 det kan man 6 gange. 6 x 15 er 90. 90 fra 93 er 3. De føres videre til næste tal. 15 op i 30 det kan man 2 gange. 15 op i nul er 0.

<u>Multiplikation og division med positive og negative tal</u>

Hvis man ganger eller dividere to positive tal med hinanden, bliver resultatet et positivt tal.

Ex. 3x4= $\underline{\underline{12}}$ Ex. 12/4=$\underline{\underline{3}}$

Hvis man ganger eller dividere et positivt tal med et negativt tal bliver resultatet et negativt tal.

Ex. 3 x (–4) = $\underline{\underline{-12}}$ Ex. 12/-4= $\underline{\underline{-3}}$

Hvis man ganger eller dividere to negative tal med hinanden bliver resultatet positivt.

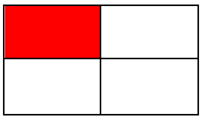
Ex. (-3) x (-4) = $\underline{\underline{12}}$ Ex. –12/-4= $\underline{\underline{3}}$

X/	+	-
+	+	-
-	-	+

Brøker

En brøk består af to dele. Den ene står oven på brøkstregen og tæller hvor mange af stykkerne der er taget. Den anden står for neden og siger hvor mange stykker den var delt i.

$\frac{1}{4}$ — Tæller (i top) / Nævner (nederst)



Forkorte og forlænge brøker

Man kan forkorte en brøk ved at dividere tæller og nævner med det samme tal.

$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

Denne brøk kan forkortes, idet både tæller og nævner kan deles med det samme tal, nemlig 4. 4 delt med 4 er 1. 8 delt med 4 er 2.

Man kan forlænge en brøk ved at gange tæller og nævner med det samme tal.

$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$

Denne brøk forlænges med 4. Nævneren 1 ganges med 4, som er 4. Tælleren 3 ganges med 4, som er 12.

Det er nødvendigt at kende disse regler for at kunne lægge brøker sammen og trække dem fra hinanden.

Lægge brøker sammen.

Hvis to brøker har samme nævner, kan man umiddelbart lægge dem sammen. Det foregår ved at man tælleren sammen og beholder nævneren.

$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$

Når man lægger brøker sammen, overstiger de indimellem en hel eller bliver en hel.

$\frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \frac{8}{8}$ som kan forkort til en 1. (8 op i 8 er 1)

$\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$ som kan forkortes. (5 op i 7, det kan man 1 gang, rest 2)= $1\,\frac{2}{5}$

Brøker, der ikke har samme nævner lægges sammen.

Brøkerne har ikke samme nævner, men det kan de få, ved at forlænge brøken.
3 går op i 6, så vi kan forlænge den ene brøk med 2, så den fælles nævner er 6.
Nu har brøkerne samme nævner og tællerne kan lægges sammen.

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

Brøker, der ikke har samme nævner, hvor begge skal forlænges for at blive lagt sammen.

$\frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

Der findes ikke noget tal, som ganget med 3 giver 4 eller omvendt, så det nærmeste tal både 3 og 4 går op i finder vi ved at bruge 3 tabellen. Her finder vi 12, som også 4 går op i. Begge brøker skal nu have nævneren 12.

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ For at 4 bliver 12 skal vi gange med 3. Tælleren 1 ganges med 3, altså 3. Nævneren 4 ganges med 3, altså 12.

$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ For at 3 bliver 12 skal vi gange med 4. Tælleren 2 ganges med 4, altså 8. Nævneren 3 ganges med 4, altså 12.

Nu kan de to brøker lægges sammen.

$\frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{11}{12}$

Trækker brøker fra hinanden

$\frac{2}{5} - \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

Man trækker tæller fra hinanden og beholder nævneren, og forkorte om muligt.

$1\frac{2}{3} - \frac{3}{4} = 1\frac{8}{12} - \frac{9}{12}$

9 kan ikke trækkes fra 8, så vi låner af den hele, der står foran.

$\frac{12+8}{12} - \frac{9}{12} = \frac{11}{12}$

Brøker, der ikke har samme nævner, hvor begge skal forlænges for at blive trukket fra hinanden.

$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$

Der findes ikke noget tal, som ganget med 3 giver 4 eller omvendt, så det nærmeste tal både 3 og 4 går op i finder vi ved at bruge 3 tabellen. Her finder vi 12, som også 4 går op i. Begge brøker skal nu have nævneren 12.

$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$ For at 4 bliver 12 skal vi gange med 3. Tælleren 1 ganges med 3, altså 3. Nævneren 4 ganges med 3, altså 12.

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$$

For at 3 bliver 12 skal vi gange med 4. Tælleren 2 ganges med 4, altså 8. Nævneren 3 ganges med 4, altså 12.

Nu kan de to brøker trækkes fra hinanden.

$$\frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

Brøker ganget eller divideret med et helt tal

Man ganger en brøk med et helt tal ved at gange i tælleren og beholde nævneren.

$$\frac{2}{7} \times 3 = \frac{2 \times 3}{7} = \frac{6}{7}$$

Man dividere en brøk med et helt tal ved at gange i nævneren og beholde tælleren

$$\frac{1}{2} : 2 = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{4}$$

To brøker ganget eller divideret med hinanden

Man ganger to brøker med hinanden ved at gange tæller med tæller, og nævner med nævner

$$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3 \times 2}{4 \times 3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Man dividere en brøk med en anden brøk ved at gange med det omvendte. Hvilken skal så vendes?? Det skal den der divideres med, og det er den der står sidst. Altså den sidste brøk vendes om, så tæller bliver til nævner og nævner til tæller og så ganges der lige over.

$$\frac{1}{6} : \frac{2}{3} = \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{1 \times 3}{6 \times 2} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

Reglerne samlet

$a : b = \frac{a}{b}$ $\quad 4 : 3 = \frac{4}{3}$

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ $\quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7} = \frac{5}{7}$

$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$ $\quad \frac{5}{12} - \frac{4}{12} = \frac{1}{12}$

$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$ $\quad 3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5}$

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ $\quad \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$

$\frac{a}{b} : c = \frac{a}{b \cdot c} = \frac{a : c}{b}$ $\quad \frac{6}{7} : 2 = \frac{6}{7 \cdot 2} = \frac{6 : 2}{7} = \frac{3}{7}$

Procent

Procent betyder hundrededele. Betegnelsen for procent er %.

Ex. 15%= 15 hundrededele = $\frac{15}{100}$ = 0,15

I en forretning gives 25 % rabat på alle varer. Det betyder, at der trækkes $\frac{25}{100}$ fra varens pris

Et par sko koster 399,00 kr.

Rabatten er 25 % $\quad \frac{399 \text{ kr.} \times 25}{100} = 99{,}75$ kr.

Rabatprisen bliver da 399,00 – 99,75 = 299,25 kr.

En vare koster uden moms 10025,25 kr.

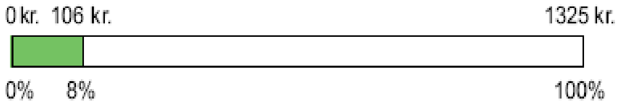
Momsen er 25%. $\quad \frac{10025{,}25 \times 25}{100} = 2506{,}312$ kr.

Varens pris incl. moms er 10025,25 kr. + 2506,312 kr. = 12531,562 kr.

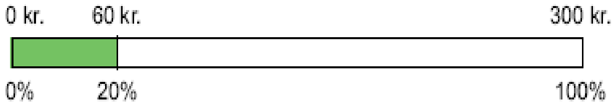
Afrundet er varens pris 12531,56 kr.

Hvis 15 % er 750 kr. Hvad er 100 % så?? Det beregner man ved at finde ud af hvad er 1 %.

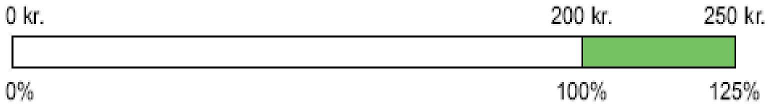
15% = 750 Dividere med 15 på begge sider af lighedstegnet
1% = 50
100% = 50 x 100 = 5000 kr.



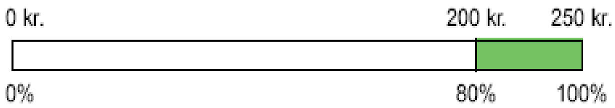
8% af 1325 kr. er 0,08 · 1325 kr. = 106 kr.



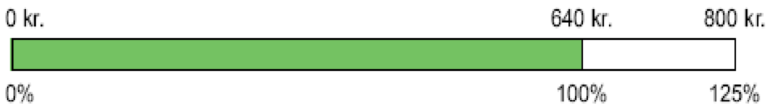
Hvor mange procent er 60 kr. af 300 kr.? 60 kr. : 300 kr. = 0,20 = $\frac{20}{100}$ = 20%



Hvor mange procent er 250 kr. større end 200 kr.? (250 kr. – 200 kr.) : 200 kr. = 0,25 = 25%



Hvor mange procent er 200 kr. mindre end 250 kr.? (250 kr. – 200 kr.) : 250 kr. = 0,20 = 20%



125% af et beløb er 800 kr. Beløbet er 800 kr. : 1,25 = 640 kr.

Brøker, procent og decimaltal

Et tal kan omskrives fra procenttal til brøk ved at skrive procenttallet som hundrededele og derefter forkortes mest muligt.

Ex. 60 %= $\frac{60}{100} = \underline{\frac{3}{5}}$

Da procent betyder hundrededele, omskrives et procenttal til decimaltal ved at dividere med hundrede.

Ex. 47% = $\frac{47}{100} = \underline{\underline{0{,}47}}$

Hvis en brøk skal omskrives til procent, forlænges brøken enten til hundrededele eller omskrives til decimaltal.

Ex. $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = \underline{\underline{15\%}}$

Ex. $\frac{4}{9}$ = 4,00: 9 = 0,44 (herefter ganges det med 100) = $\underline{\underline{44\%}}$

Nogle brøker bruges så ofte, at det kan være hensigtsmæssigt at lære deres omskrivninger udenad. Det gælder bl.a. disse brøker

$\frac{1}{20} = \underline{\underline{5\%}}$	$\frac{1}{4} = \underline{\underline{25\%}}$	$\frac{1}{10} = \underline{\underline{10\%}}$	$\frac{1}{3} = \underline{\underline{33{,}33\%}}$
$\frac{1}{8} = \underline{\underline{12{,}5\%}}$	$\frac{1}{2} = \underline{\underline{50\%}}$	$\frac{1}{5} = \underline{\underline{20\%}}$	$\frac{3}{4} = \underline{\underline{75\%}}$

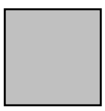
Ved omskrivning af et decimaltal til brøk er antallet af decimaler afgørende for, om tallet skal omskrives til tiendedele, hundrededele, tusindedele osv. Derefter forkortes brøken hvis det er muligt.

Ex

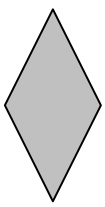
$0{,}4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$	$0{,}35 = \frac{35}{100} = \frac{7}{20}$	$0{,}06 = \frac{6}{100} = \frac{3}{50}$	$0{,}375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$

Geometriske figurer

Rektangel. Alle vinkler er 90 grader. Linjerne er lige lange to og to.



Kvadrat. Alle vinkler er 90 grader. Alle 4 sider er lige lange.



Rombe. Diagonalerne står vinkelret på hinanden og deles på midten.

Parallelogram. Siderne er to og to parallelle og lige lange.

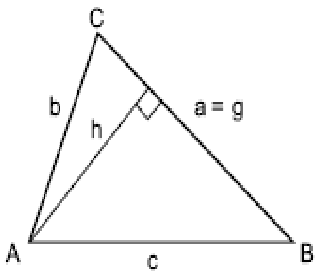
Trapez. De to modstående sider er parallelle.

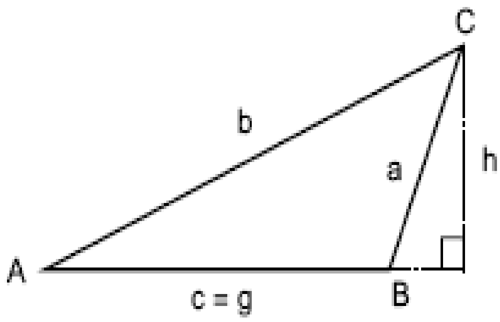
Areal

Areal angiver størrelsen af i flade, og måles i kvadrat. Dette vises ved det lille opløftet 2 over måleenheden. Ex. Cm^2

Trekant, rektangel, trapez, parallelogram og cirklen

Trekant





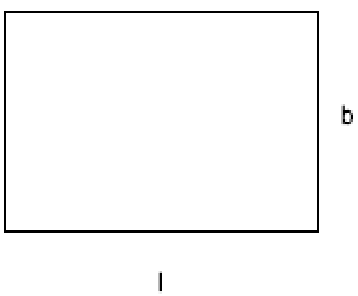
h: højde

g: grundlinje

A: areal

$$\boxed{A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot g}$$

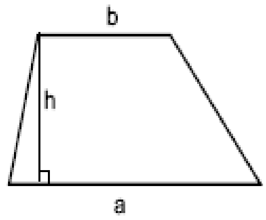
Rektangel



l : længde
b : bredde
A : areal
O: omkreds

$$\boxed{\begin{array}{l} A = l \cdot b \\ O = 2 \cdot (l + b) \end{array}}$$

Trapez



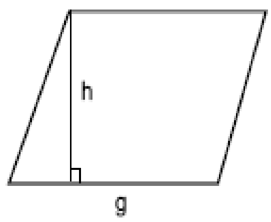
h: højde

a og b: parallelle sider

A: areal

$$\boxed{A = \frac{1}{2} \cdot h \cdot (a + b)}$$

Parallelogram



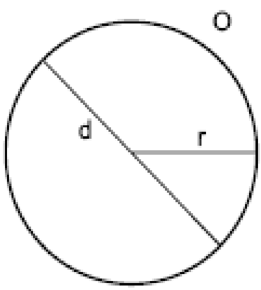
h: højde

g: grundlinje

A: areal

$$\boxed{A = h \cdot g}$$

Cirklen



r: radius

d: diameter

A: areal

O: omkreds

$$\boxed{\begin{aligned} A &= \pi \cdot r^2 \\ O &= 2 \cdot \pi \cdot r \text{ eller} \\ O &= \pi \cdot d \end{aligned}}$$

Overfladeareal

De samlet overlade af en figur findes ved at udregne arealet af de enkelte flader, når figuren er udfoldet.

Omkreds

Beregning af omkreds af hvilken som helst figur gøres ved at måle stregens længde rundt om selve figuren.

Ex.

Længden er 8 cm, bredden er 4 cm.
Omkreds: 8+8+4+4= 24 cm eller

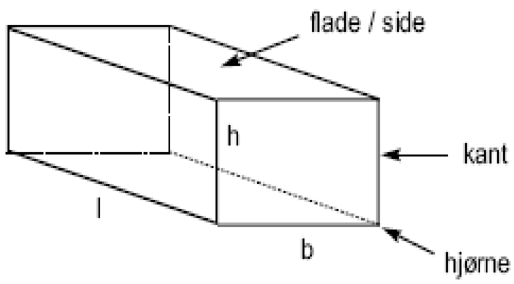
Omkreds: 8+4 = 12x2= 24 cm.

Rumfang

En figurs rumfang er et udtryk for, hvor meget figuren fylder eller rummer. Dette kan også volumen. Rumfang/Volumen måles i kubik, som vises ved det lille 3 tal over måleenheden ex. Cm^3.

Kasse, prisme, cylinder, kegle, pyramide og kugle

Kasse



h: højde

l: længde

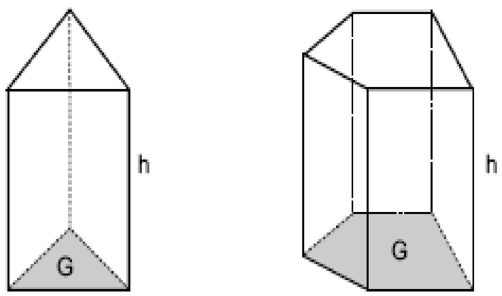
b: bredde

V: rumfang

O: overflade

$$V = l \cdot b \cdot h$$
$$O = 2 \cdot (l \cdot h + h \cdot b + b \cdot l)$$

Prisme



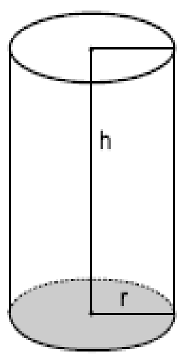
h: højde

G: areal af grundfladen

V: rumfang

$$V = h \cdot G$$

Cylinder



h: højde

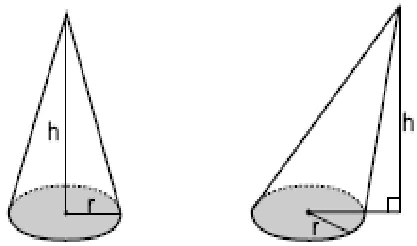
r: radius

V: rumfang

O: den krumme overflade

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$$
$$O = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$

Kegler



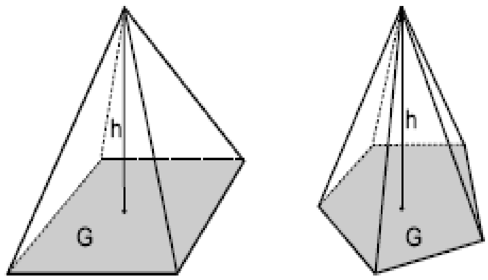
h: højde

G: areal af grundfladen

V: rumfang

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot G$$

Pyramide



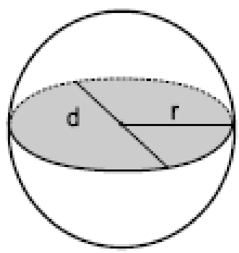
h: højde

G: areal af grundfladen

V: rumfang

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot G$$

Kugle



r: radius

d: diameter

V: rumfang

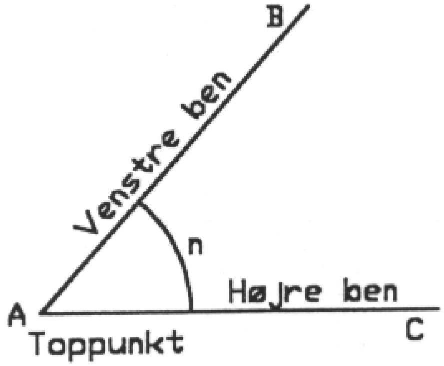
O: overflade

$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

Vinkler

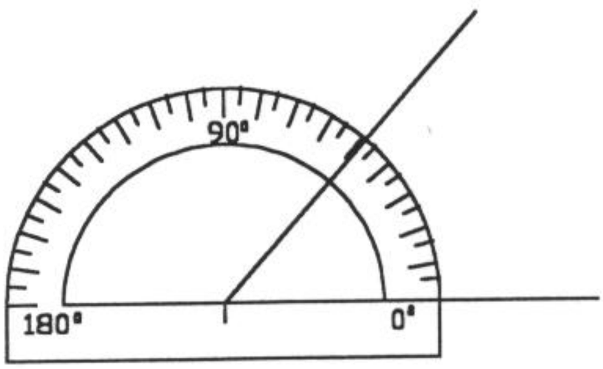
Vinkels benævnelser

En vinkel er åbningen mellem to rette linier, der har samme endepunkt. De to rette linier AB og AC kaldes for vinklens ben, og deres fælles endepunkt kaldes vinklens toppunkt. N er vinkelrummet I sidste tilfælde skal bogstavet ved toppunktet stå i midten.



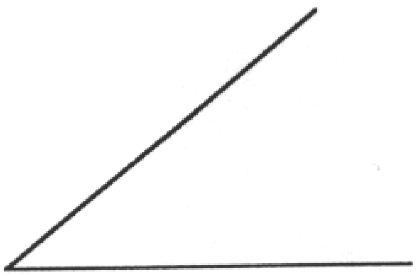
Måling af vinkler

Vinkler måles med en vinkelmåler. Den består af en halvcirkelformet skive, som langs kanten er inddelt i 180°. En vinkles måling betegnes i grader, og vises ved det lille o over taller.



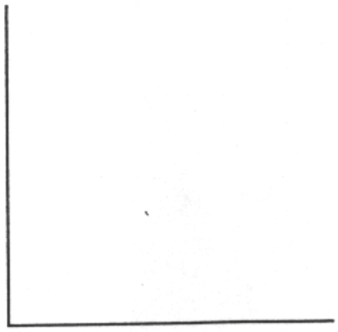
Spids vinkel

En vinkel, der er mindre end en ret vinkel, kaldes en spids vinkel.



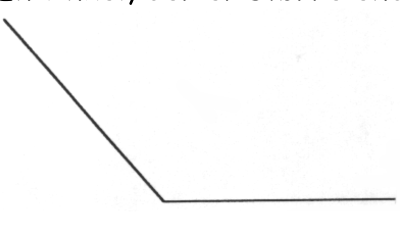
Ret vinkel

En ret vinkel er 90°.



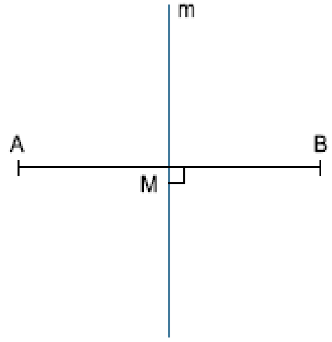
Stump vinkel

En vinkel, der er større end en ret vinkel, men mindre end 180°, kaldes en stumpvinkel.

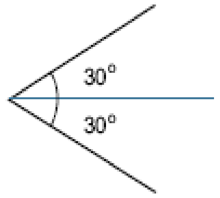


Geometriske begreber

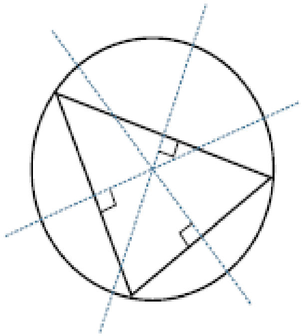
Midtnormal og vinkelhalveringslinje



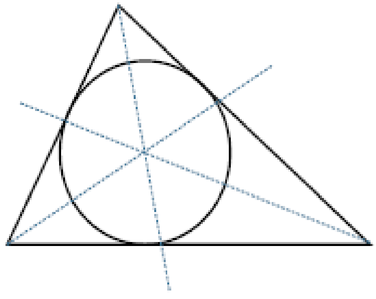
m er midtnormal til AB.
Linjen m er vinkelret på linjestykket AB, og linjen m går gennem midtpunktet M af AB.



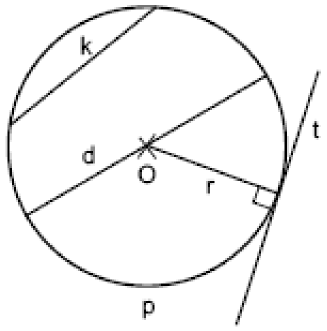
Den linje, der halverer en vinkel, kaldes vinkelhalveringslinjen.



Midtnormalerne i en trekant skærer hinanden i centrum for den omskrevne cirkel.



Vinkelhalveringslinjerne i en trekant skærer hinanden i centrum for den indskrevne cirkel.



O: centrum for cirklen

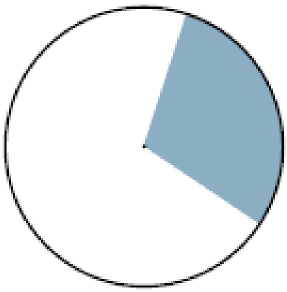
p: cirkelperiferien

d: cirklens diameter

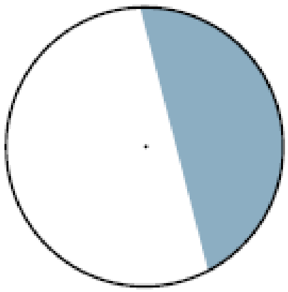
r: cirklens radius ($r = \frac{1}{2} \cdot d$)

t: vinkelret på radius er en tangent til cirklen

k: korde til cirklen – den længste korde er d

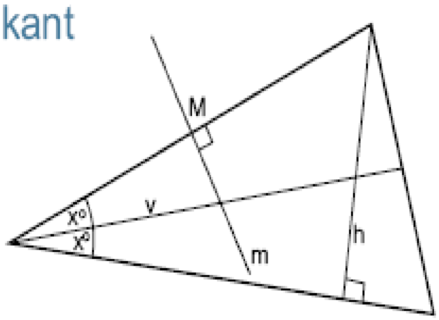


Cirkeludsnit



Cirkelafsnit

Trekant



h: højde

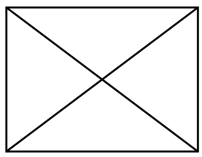
v: vinkelhalveringslinje

m: midtnormal

Vinkelsummen i en trekant er 180^0.

Diagonaler, ligebenet og ligesidet trekant.

Diagonaler går fra vinkelspids til vinkelspids.



Ligebenet trekant er en trekant, hvor to af siderne er lige store og to vinkler er lige store.

Ligesidet trekant er en trekant med tre lige store sider, og alle vinklerne er lige store ($180^0:3=60^0$)

Ligedannet og kongruente figurer.

To figurer siges at være ligedannet, hvis de har samme form, men ikke nødvendigvis er tegnet i samme målestoksforhold.

Figurer, som både er ligedannet og lige store, er kongurente.

Statistik

Statistik er indsamling, talmæssig bearbejdning og analyse af data.

Observationer er de oplysninger og data, der indsamles.

Hyppigheden for en observation er det antal gange, den enkelte observation forekommer.

Størsteværdien er det største tal, der forekommer i observationssættet.

Mindsteværdien er det mindste tal, der forekommer i observationssættet.

Variationsbredden er forskellen mellem størsteværdien og mindsteværdien.

Median er den midterste observation i et observationssæt, når de er skrevet i rækkefølge.

Typetallet for et observationssæt er den observation der forekommer flest gange. Altså den mest typiske observation.

Middeltal/gennemsnit for et observationssæt findes ved at dividere summen af samtlige observationer med det samlede antal observationer.

Ex. En klasse på 20 elever opnår følgende karakter i matematik.
9, 10, 10, 5, 6, 7, 7, 8, 10, 8, 7, 11, 10, 9, 9, 11, 6, 8, 9, 10

Observation (Karakter)	Hyppighed
5	1
6	2
7	3
8	3
9	4
10	5
11	2

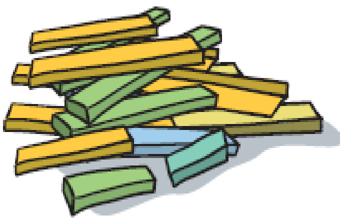
Størsteværdien er 11
Mindsteværdien er 5
Variationsbredden er (11-5) = 6
Typetal er 10
Middeltallet er (170:20)=8,5
Median er 9

Mediantallet findes således: 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 9, 10, 10, 10, 10, 10, 11, 11
Midten er mellem to tal, som er 9 og 9, derfor er medianen 9.

Grupperet statistik.

I tilfælde, hvor et observationssæt består af mange observationer med stor variationsbredde, kan man gruppere observationerne i intervaller for at skabe et bedre overblik.

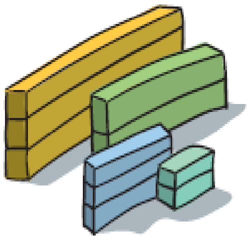
Observationer



A: Måle længder og ordne

Alle mål i millimeter

26, 55, 70, 71, 79,
88, 88, 90, 100, 102,
116, 125, 138, 138, 138,
147, 148, 189, 206, 207,
225, 241, 241, 250



B: Beskrive

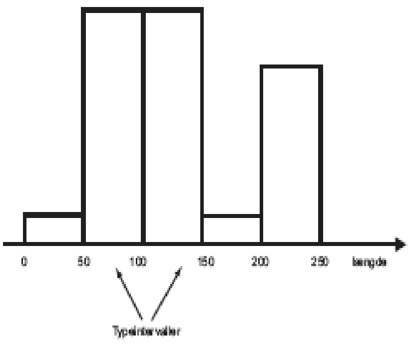
typetal: 138
størsteværdi: 250
mindsteværdi: 26
variationsbredde: 250 − 26 = 224

C: Tabellægge observationer

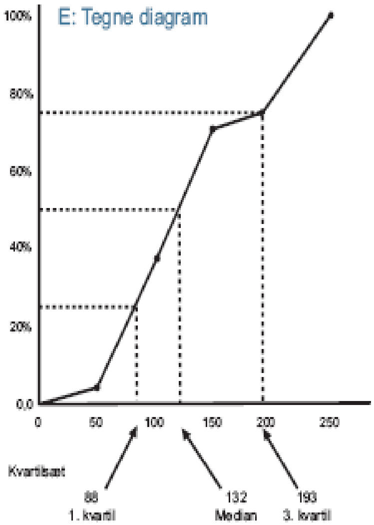
Fordelingstabel

Interval	]0;50]	]50;100]	]100;150]	]150;200]	]200;250]
Hyppighed	1	8	8	1	6
Frekvens	4,2%	33,3%	33,3%	4,2%	25,0%
Summeret hyppighed	1	9	17	18	24
Summeret frekvens	4,2%	37,5%	70,8%	75,0%	100,0%

D: Tegne diagram



E: Tegne diagram



F: Beskrive

1. kvartil : 25% af klodserne er ifølge modellen højst 88 mm lange

Median : 50% af klodserne er ifølge modellen højst 132 mm lange

3. kvartil : 75% af klodserne er ifølge modellen højst 193 mm lange.

G: Udarbejde fordelingstabel

Interval	]0;50]	]50;100]	]100;150]	]150;200]	]200;250]
Midt mellem a og b	25	75	125	175	225
Hyppighed	1	8	8	1	6
Samlet længde	1 · 25	8 · 75	8 · 125	1 · 175	6 · 225

H: Beskrive

Samlet længde er 1 · 25 mm + 8 · 75 mm + 8 · 125 mm + 1 · 175 mm + 6 · 225 mm = 3150 mm

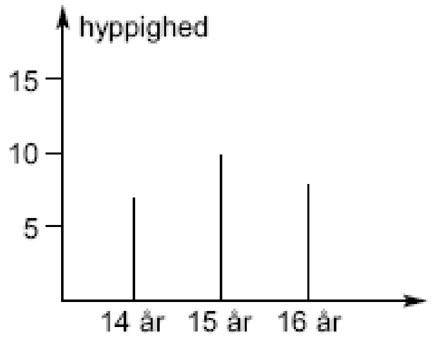
som fordeles mellem 24 klodser. 3150 mm : 24 = 131,25 mm

Middeltallet er 131 mm.

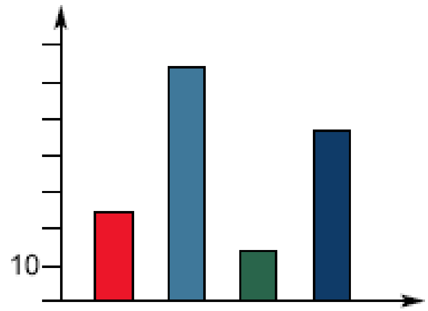
Diagramtyper

Diagrammer til angivelse af hyppigheder, frekvenser og procent

Pindediagram



Søjlediagram



Gennemsnit:

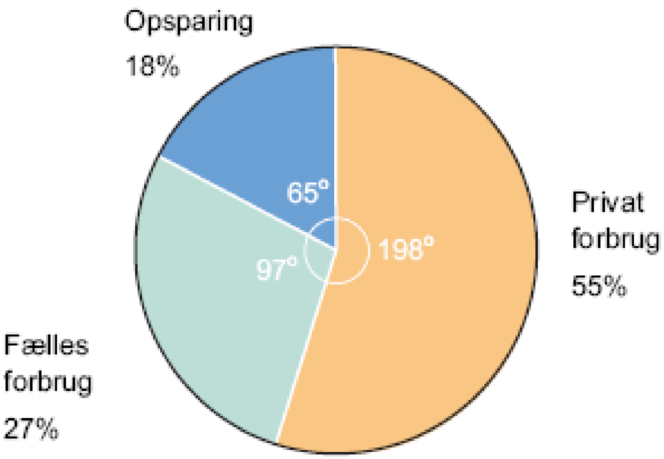
(7 · 14 år + 10 · 15 år + 8 · 16 år) : 25 = 15,04 år

Gennemsnit:

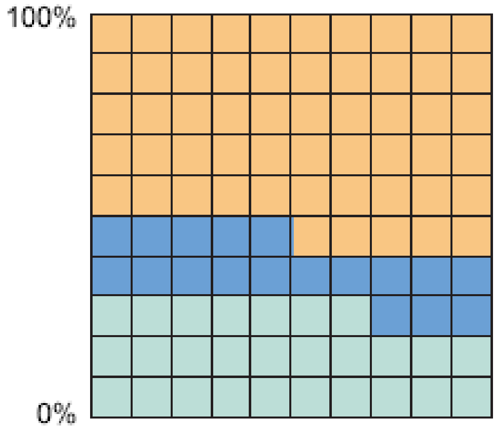
Summen af alle observationer divideret
med antallet af observationer

Diagrammer for procent-fordeling

Cirkeldiagram



Procentdiagram



27% af 360° = 97,2° ≈ 97°

Sandsynlighed

Sandsynligheden for snurretoppens 8 mulige udfald
2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 betragtes som lige store.

Sandsynlighederne er jævnt fordelt, så for udfaldet "2"
bliver sandsynligheden

$$P(2) = \frac{1}{8} = 0{,}125 = 12{,}5\%$$

Sandsynligheden for hændelsen, at snurretoppen lander på et lige tal, er

$$P(\text{lige tal}) = \frac{\text{antal gunstige}}{\text{antal mulige}} = \frac{4}{8} = 0{,}50 = 50\%$$

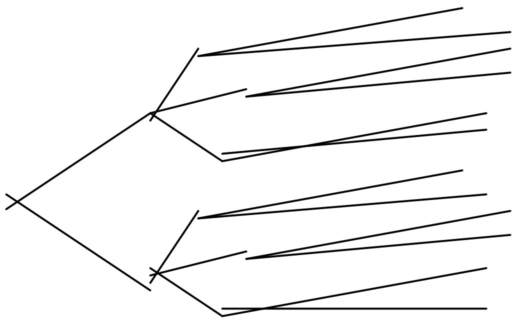
Antallet af tal 2, 4, 6 og 8 kaldes her for hændelsens gunstige udfald.

Antallet af kanter på snurretoppen kaldes her for de mulige udfald.

Kombinatorik

For at kunne overskue kombinationernes samlede antal, kan det være en hjælp at tegne sig til rette med det. Det kaldes for tælletræer, og foregår på følgende måde:

Ex. På hvor mange måder kan Katrine kombinere 2 nederdele, 3 bluser og 2 par sko?
Ved at tæller enderne af stregerne kommer vi frem til at der er 12 kombinationsmuligheder.



Hver nederdel, kan kombineres med 3 bluser, som igen kan kombineres med 2 par sko
Altså 2 x 3 x 2 = 12 kombinationsmuligheder.

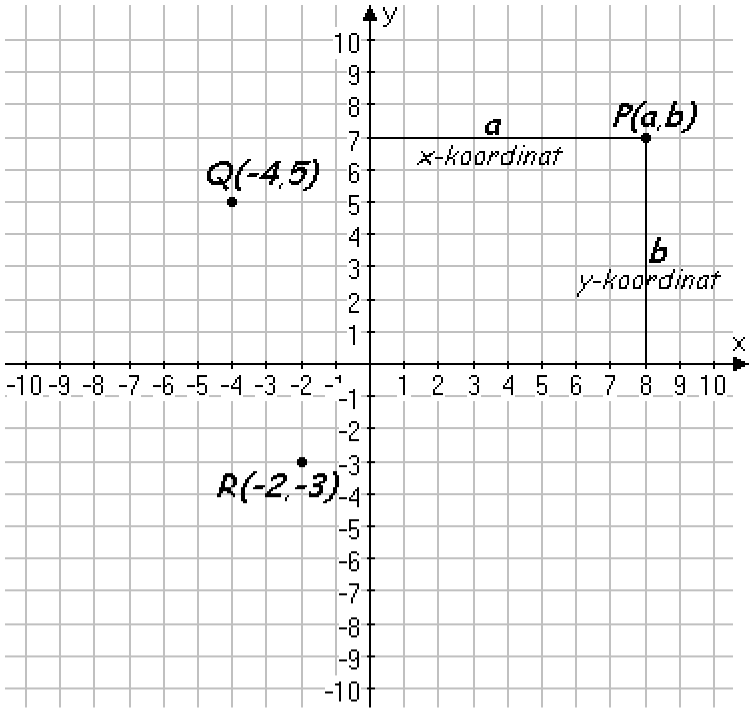
Koordinatsystem

Et koordinatsystem består af to talsæt, som står vinkelret på hinanden. Tallinjerne kaldes koordinaterne akser.

Den vandrette tallinje betegnes 1. aksen eller x-aksen.

Den lodrette tallinje betegnes 2. aksen eller y-aksen.

Et punkts koordinatsæt (x,y) kaldes et ordnet talsæt, og angiver afstanden fra punktet til akserne.



Ligninger

En ligning består af to talstørrelser på hver sin side af et lighedstegn. Et lighedstegn er en påstand om, at de to sider er lige store.

Ex. $2x - 4 = x + 2$

Løsningen er det eller de tal, der gør påstand sand, i dette tilfælde 6

Ligninger kan løses ved hjælp af to metoder:

1. Man kan gætte og kontrollere ved at indsætte et tal i stedet for X
2. Man kan omforme ligningen, således at x står på den ene side og talværdierne på den anden side af lighedstegnet.

Når man omformer ligninger, gælder følgende
Man må lægge samme tal til på begge sider af lighedstegnet.
Man må trække samme tal fra på begge sider af lighedstegnet
Man må gange med samme tal på begge sider af lighedstegnet
Man må dividere med samme tal på begge sider af lighedstegnet

Ex
$3(x-2) = x+8$
Der ganges ind i parentesen i begge led
$3x-6 = x+8$
x trækkes fra på begge sider af lighedstegnet
$3x-6\mathbf{-x} = x+8-x$
reduktion

2x-6=8
Der lægges 6 til på begge sider af lighedstegnet
2x-6+6=8+6
Reduktion
2x=14
Division med 2 på begge sider
X= 7

Ligningen er nu løst.

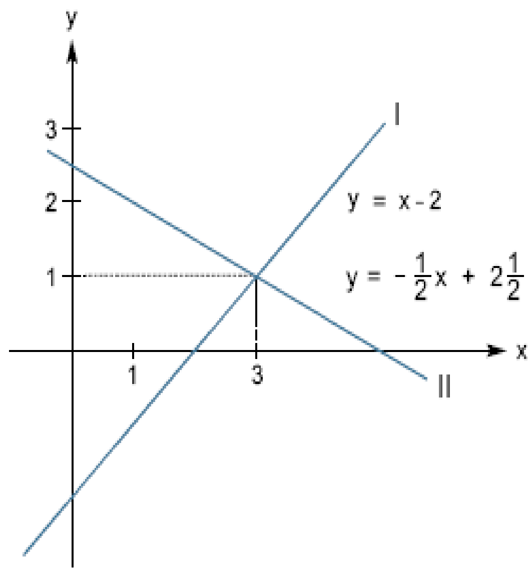
Grafisk ligningsløsning

Grafisk ligningsløsning

I: $y = x - 2$

II: $y = -\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$

Løsning: $x = 3$
$y = 1$



Funktioner – den rette linje

En funktion er en sammenhæng mellem to variable størrelse x og y.

Lineær funktion

Ligningen for en linje:

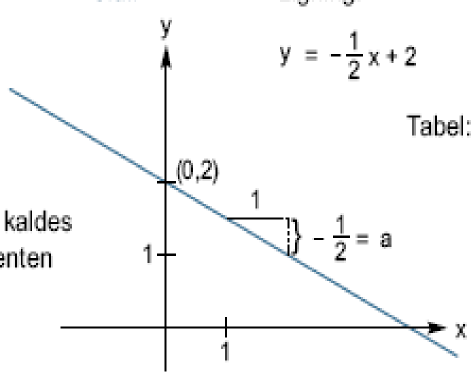
$$y = ax + b$$

a er et udtryk for linjens hældning og kaldes stigningstallet eller hældningskoefficienten

(0,b): skæringspunkt med y-aksen

$(-\frac{b}{a},0)$: skæringspunkt med x-aksen

Graf:



Ligning:

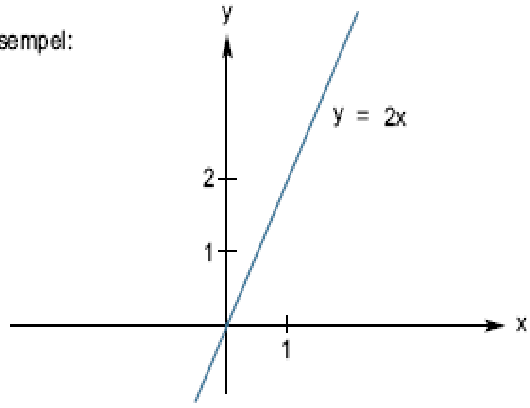
$$y = -\frac{1}{2}x + 2$$

Tabel:

x	0	1	4
y	2	$1\frac{1}{2}$	0

Ligefrem proportionalitet

Eksempel:



$y = ax$

Valuta

Valutakursen angiver prisen i danske kroner for 100 enheder af den fremmede valuta.

Når man skal finde prisen i danske kr. for et beløb i fremmed valuta ganges prisen med for 100 enheder og divideres med hundrede.

Prisen i danske kroner= beløb i fremmed valuta * kursen/100

Eksempel. Kursen for US-dollar er 688,42
425$ omregnet til danske kroner: 425*688,42/100= <u>2.925,79 kr.</u>

Når man skal omregne et beløb i danske kroner til fremmede valuta ganges beløbet med 100 og divideres med kursen.

Beløb i fremmed valuta= beløb i danske kroner *100/kursen

Eksempel. Kursen for Euro er 754,95
2000 kr. omregnet til Euro: 2000*100/754,95=<u>264,92 Euro</u>

350 € til kurs 744 koster
$350 \cdot 7{,}44$ kr. $= 3{,}50 \cdot 744$ kr. $= 2\,604{,}00$ kr.

Kurs: Prisen for 100 af den fremmede valuta i danske kroner.

For 500 DKK kan man købe
$500 : 10{,}74$ £ $\approx 46{,}55$ £
til kurs 1074.

Kursen kan også angives som prisen for 1 af den fremmede valuta i danske kroner.

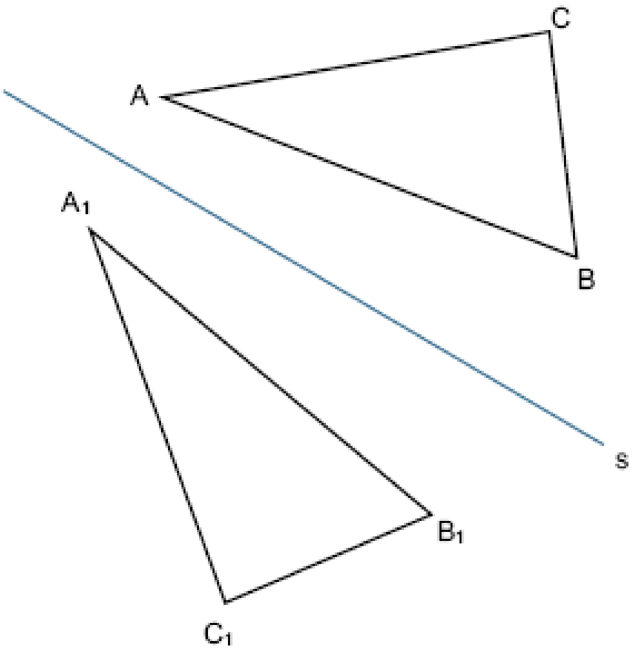
Flytninger, drejninger

Geometriske figurer flyttes hele. Figuren har efter flytningen samme størrelse og facon, som før flytningen.

Drejning, spejling og parallelforskydning kaldes for flytninger.

En flytning danner en figur, der er kongruent med den flyttede figur.

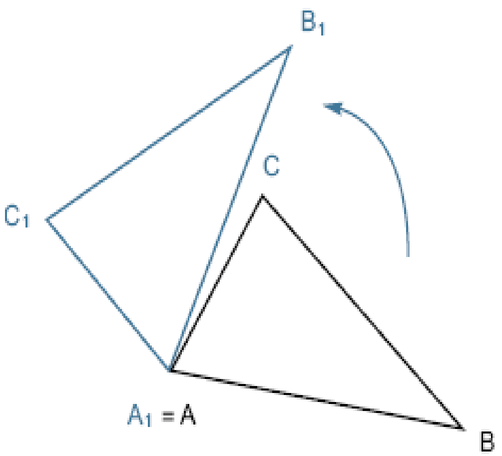
Spejling



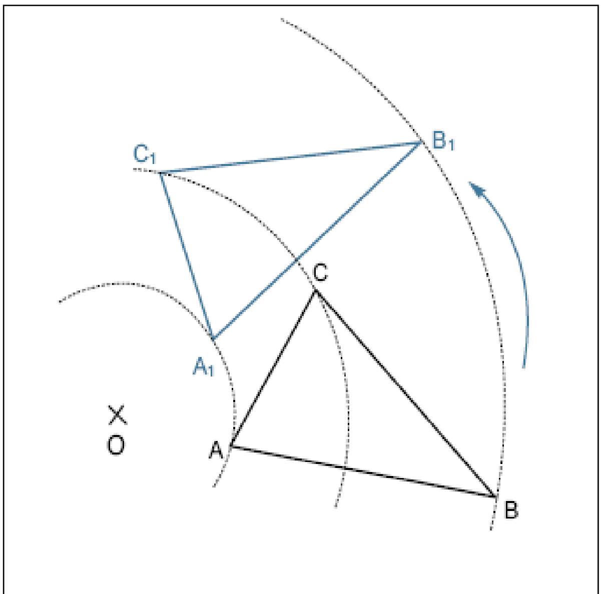
s er spejlingsakse

▲ ABC er spejlet i linjen s.

Drejninger foregår ud fra et bestemt punkt og angives med antal grader.



▲ABC drejes om A i ▲ $A_1 B_1 C_1$



▲ABC drejes om O i ▲ $A_1 B_1 C_1$

Måleenheder(længde, areal, rumfang, vægt og tid)

Længde

1 km	1 hm	1 dam	1 m	1 dm	1 cm	1 mm
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m
10^{3} m	10^{2} m	10^{1} m	10^{0} m	10^{-1} m	10^{-2} m	10^{-3} m

Areal

1 km^2	1 hm^2	1 dam^2	1 m^2	1 dm^2	1 cm^2	1 mm^2
1000 000 m^2	10000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2
10^{6} m^2	10^{4} m^2	10^{2} m^2	10^{0} m^2	10^{-2} m^2	10^{-4} m^2	10^{-6} m^2
	1 ha					

Rumfang

1 km^3	1 hm^3	1 dam^3	1 m^3	1 dm^3	1 cm^3	1 mm^3
1000000 000 m^3	1000 000 m^3	1000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3
10^{9} m^3	10^{6} m^3	10^{3} m^3	10^{0} m^3	10^{-3} m^3	10^{-6} m^3	10^{-9} m^3
			1 kl = 1kL	1 l = 1L	1 ml = 1mL	

1 m^3			1 dm^3			1 cm^3
1 kl = 1kL	1 hl = 1hL	1dal = 1daL	1 l = 1L	1 dl = 1dL	1 cl = 1cL	1 ml = 1mL
1000 l = 1000L	100 hl = 100hL	10 l = 10L	1 l = 1L	0,1 l = 0,1L	0,01 l = 0,01L	0,001 l = 0,001L
			10 dl = 10 dL			
			100 cl = 100 cL			
			1000 ml = 1000 mL			

Sjældent anvendte måleenheder

Vægt

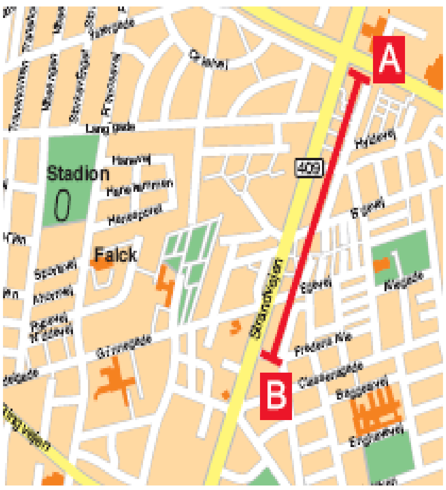
1 t	1 kg	1 hg	1 dag	1 g	1 dg	1 cg	1 mg
1000 000 g = 1000 kg	1000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g
				1000 mg	100 mg	10 mg	

Sjældent anvendte måleenheder

Tid
1 år= 12 måneder = 52 uger = 365 døgn
1 døgn = 24 timer =1140 minutter =86.400 sekunder
1 time= 60 minutter=3600 sekunder
1 minut = 60 sekunder

Målestoksforhold

Målestoksforhold på en tegning angiver hvor meget 1 cm på tegningen svarer til i virkeligheden.



Målestoksforholdet:

1 : 50000

Afstanden mellem A og B er på kortet 4 cm

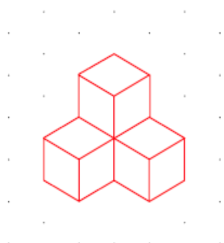
Afstanden er i virkeligheden:

$50000 \cdot 4 \text{ cm} = 200\,000 \text{ cm} = 2\,000 \text{ m}$

Isometrisk og perspektiv tegning

Isometrisk tegning

Isometrisk tegning er en tegning på isometrisk papir. Tegningen er tredimensionel, og mål på højde, længde og bredde kan oftest aflæses.



Perspektiv tegning

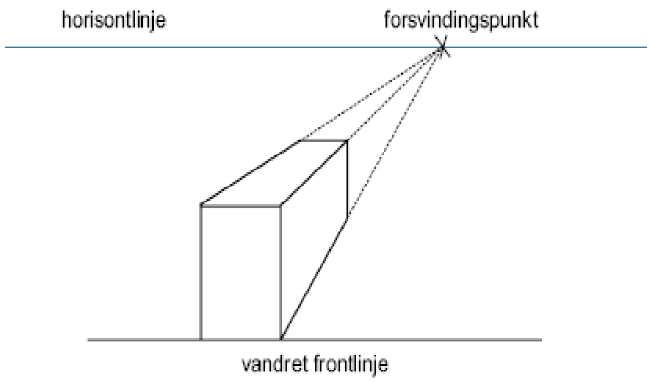
En perspektivtegning er en tegning i to dimansioner, hvor man forsøger at gengive virkeligheden, som den opfattes af det menneskelige øje.

Synspunktet angiver det punkt, hvorfra tegningen er konstrueret.

Horisontlinjen er en vandret linje, som angiver horisonten. Horisontlinjen befinder sig i betragterens øjenhøjde.

Alle parallellinjer forsvinder i synsretningen i samme punkt. Dette punkt kaldes forsvindingspunktet, og ligger på horisontlinjen. En perspektivtegning kan have flere forsvindingspunkter.

Med 1 forsvindingspunkt:



Med 2 forsvindingspunkter: